УДК 519.853.6
doi: 10.21685/2072-3040-2023-1-3

О выборе начального приближения при численном решении задач параметрической оптимизации

И. Н. Егоров[1], Г. В. Кретинин[2], А. Г. Кретинин[3]

[1,2,3]Опытное конструкторское бюро имени А. Люльки, филиал ОДК-Уфимского моторостроительного производственного объединения, Москва, Россия

[1]egorov300657@yandex.ru, [2]kretinin.g@mail.ru, [3]akretinin@mail.ru

Аннотация. *Актуальность и цели.* В последние годы значительно возросла сложность решаемых прикладных задач параметрической оптимизации. Поскольку вычислительные возможности конечны, нужно искать способы повышения эффективности процесса оптимизационного поиска. Одним из очень значимых факторов для результативности оптимизационных исследований является удачный выбор начальных приближений. Для проведения такого выбора предлагается провести зондирование пространства параметров перед началом оптимизации. В качестве алгоритмов зондирования рассмотрены генератор Соболя и генератор на основе случайных чисел. *Материалы и методы.* В работе проведен сравнительный анализ эффективности такого зондирования в зависимости от числа переменных и числа зондированных точек. В качестве алгоритма оптимизации использовался метод деформируемого многогранника (Нелдера – Мида). Для повышения достоверности исследований проведен статистический анализ результатов решения разных задач на одной топологии – случайно варьировались диапазоны поиска. Критерием успешности той или иной тактики решения являлась вероятность нахождения приемлемого экстремума. *Результаты и выводы.* В результате проведенных исследований выяснилось, что зондирование пространства эффективно уменьшает требуемое количество обращений к математической модели в многоэкстремальных задачах. В случае, если метод оптимизации позволяет устойчиво находить глобальный экстремум для целевой функции исследуемой топологии, выбор генератора непринципиален. В сложных задачах, где глобальный экстремум не достигается с помощью используемого метода оптимизации, использование генератора Соболя дает большую вероятность получения приемлемого решения, чем случайная генерация. Увеличение количества точек, зондированных с помощью генератора Соболя, ведет к повышению эффективности оптимизации в смысле вероятности нахождения приемлемого решения.

Ключевые слова: параметрическая оптимизация, генератор Соболя, метод Монте-Карло, метод деформируемого многогранника, зондирование пространства, нерегулярные сетки

Для цитирования: Егоров И. Н., Кретинин Г. В., Кретинин А. Г. О выборе начального приближения при численном решении задач параметрической оптимизации // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2023. № 1. С. 28–39. doi: 10.21685/2072-3040-2023-1-3

On the choice of the initial approximation in the numerical solution of parametric optimization problems

I.N. Egorov[1], G.V. Kretinin[2], A.G. Kretinin[3]

[1,2,3]Design office named after A. Lyulka, branch of UEA-Ufimskiy engine production association, Moscow, Russia

[1]egorov300657@yandex.ru, [2]kretinin.g@mail.ru, [3]akretinin@mail.ru

Abstract. *Background.* In recent years, the complexity of the applied problems of parametric optimization has increased significantly. Since computational possibilities are finite, it is necessary to look for ways to increase the efficiency of the optimization search process. One of the very significant factors for the effectiveness of optimization studies is a good choice of initial approximations. To make such a choice, it is proposed to probe the parameter space before starting the optimization. The Sobol generator and the generator based on random numbers are considered as sounding algorithms. *Materials and methods.* The comparative analysis of the efficiency of such sounding depending on the number of variables and the number of sounded points is carried out in the work. The deformable polyhedron method (Nelder-Mead) was used as an optimization algorithm. To increase the reliability of the research, a statistical analysis of the results of solving different problems on the same topology was carried out - the search ranges were randomly varied. The criterion for the success of a particular solution tactic was the probability of finding an acceptable extremum. *Results and conclusions.* As a result of the research, it turned out that space probing effectively reduces the required number of calls to the mathematical model in multi-extremal issues. If the optimization method makes it possible to consistently find a global extremum for the objective function of the topology under study, the choice of generator is not critical. In complex problems where the global extremum is not reached using the optimization method used, the use of the Sobol generator gives a higher probability of obtaining an acceptable solution than random generation. An increase in the number of points probed with the Sobol generator leads to an increase in the optimization efficiency in terms of the probability of finding an acceptable solution.

Keyword: parametric optimization, Sobol generator, Monte Carlo method, deformable polyhedron method, space probing, irregular grids

For citation: Egorov I.N., Kretinin G.V., Kretinin A.G. On the choice of the initial approximation in the numerical solution of parametric optimization problems. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki = University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences*. 2023;(1):28–39. (In Russ.). doi: 10.21685/2072-3040-2023-1-3

Введение

Наличие значительных вычислительных мощностей в распоряжении у современного исследователя позволяет решать задачи с использованием сложнейших математических моделей, которые могут включать в себя большое число параметров. В связи с этим получили широкое распространение методы параметрической оптимизации.

Численное решение задач оптимизации зачастую сопряжено со значительными временными затратами, связанными с необходимостью большого количества обращений к математической модели в процессе поиска экстремума. Под эффективностью различных подходов к оптимизации, как правило, понимают соотношение достигаемого значения целевой функции (в смысле близости к экстремуму) и требуемых для этого временных затрат. Самые популярные из численных методов оптимизации являются чисто эвристическими [1–3], т.е. для них не существует строгого математического доказательства сходимости. Таким образом, никогда нельзя заранее судить об эффективности какого-либо метода применительно к конкретной задаче, ведь с точки зрения математики все они ищут локальные экстремумы целевых функций. К счастью, на практике этого бывает достаточно.

Вероятность нахождения приемлемого локального экстремума зависит от начального приближения. Сила этой зависимости может меняться от используемого метода, но она всегда имеет место. Соответственно, выбор этого приближения имеет большое значение. Одной из целей этой работы является оценка эффективности сканирования многомерного параллелепипеда диапазонов поиска до начала собственно оптимизации.

Зачастую эвристические методы оптимизации являются последовательными алгоритмами, т.е. для совершения итерации необходима информация, накопленная на предыдущих шагах. Соответственно актуальной проблемой является практическая реализация параллельных вычислений в интересах таких алгоритмов. Одним из подходов является концепция «Мультистарта» [4–7], идея которой лежит в одновременном решении нескольких задач с разных начальных приближений и анализ полученных результатов после вычисления некоторого числа значений целевой функции. Тактика зондирования пространства и выбора начальных приближений имеет большое значение для повышения эффективности распараллеливания.

Существуют разные подходы к зондированию пространства. Широко используются сетки, созданные на основе случайных чисел, сгенерированных по равномерному закону [8]. Если говорить о детерминированных сетках, то доказано, что равномерные кубические сетки неэффективны для пространств, размерность которых больше единицы [9], поэтому необходимы другие последовательности чисел, на основе которых можно получить максимально информативную сетку. Насколько на самом деле хорош подход с детерминированной генерацией сетки для выбора начального приближения? С одной стороны, предсказуемость результата и независимость от случайностей, вроде бы, является плюсом. С другой стороны, при решении задач оптимизации внесение случайности в процесс поиска может приводить к улучшению глобальных свойств алгоритмов [3], а генерация начального приближения фактически тоже входит в процесс поиска.

Метод исследования пространства параметров (ИПП), основанный на ЛП_τ-последовательностях, широко используется при решении задач оптимизации, в том числе за рубежом [10–15]. Однако в данном методе постановка задачи оптимизации и ее решение представляют собой единый процесс. В нашей работе предполагается использовать генератор Соболя на основе ЛП_τ-последовательностей [10] для генерации начальных приближений в интересах другого алгоритма – метода деформируемого многогранника.

Для пояснения сути работы генератора Соболя приведем некоторые определения из [10].

Назовем двоичными отрезками все отрезки, которые могут быть получены при делении отрезка $0 \le x \le 1$ на 2^m равных частей (m = 0, 1, 2). Считаем все двоичные отрезки замкнутыми слева и открытыми справа, если правый конец не равен единице; если равен, то отрезок также замкнут справа. Перенумеруем все двоичные отрезки и обозначим их через l_s (s = 1, 2). Пусть $k = (k_1, \ldots, k_n)$, где некоторые или все k_j могут совпадать. Назовем двоичным параллелепипедом Π_k множество точек с координатами $(x_1, \ldots, x_n)$ такими, что $x_j \in l_{k_j}$ при j = 1,2, …, n. Сетку, состоящую из $N = 2^\nu$ точек куба K^n, назовем Π_τ-сеткой, если каждому двоичному параллелепипеду Π_k с объемом $V_{\Pi_k} = 2\tau / N$ принадлежит 2^τ точек сетки. При этом предполагается, что $\nu > \tau$.

Рассмотрим произвольную последовательность точек P_0, P_1, …, P_i, …, принадлежащих кубу K_n. Назовем двоичным участком этой последовательности множество членов P_i с номерами i, удовлетворяющими неравенству

$$k2^S \le i < (k+1)2^S,\ k = 0, 1, 2, \ldots;\ s = 1, 2, \ldots$$

Последовательность точек P_0, P_1, … , P_i, … куба K_n называется ЛП$_\tau$-последовательностью, если любой ее двоичный участок, содержащий не менее чем $2^{\tau+1}$ точек, представляет собой П$_\tau$-сетку.

Постановка задачи

Целью данного исследования является сравнительная оценка эффективности детерминированной сетки, созданной с помощью генератора Соболя, и сетки на основе генерации случайных чисел по равномерному закону на примере решения задач оптимизации тестовых функций с помощью метода Нелдера – Мида.

Метод Нелдера – Мида, он же метод деформируемого многогранника, представляет собой метод безусловной оптимизации вещественной функции от нескольких переменных. При инициализации из набора точек, полученных в процессе зондирования пространства, выбирается (n + 1) точка. Эти точки образуют начальный симплекс n-мерного пространства, с которого алгоритм начинает работу. Следовательно, важным является вопрос о количестве точек, которые необходимо сгенерировать перед собственно выбором начального приближения.

Для проведения вычислительного эксперимента воспользуемся тремя тестовыми функциями (табл. 1). Так как нахождение их глобального экстремума является трудной задачей, эти функции входят в тестовые наборы, используемые для оценки эффективности алгоритмов параметрической оптимизации [16–20].

Таблица 1

Название	Формула
Функция Гриванк	$F(x) = 1 + \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^{n} \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right)$
Функция Экли	$F(x) = -a \cdot \exp\left(-b\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\cos(cx_i)\right) + a + \exp(1)$
Функция *HappyCat*	$F(x) = \left[\lVert x\rVert^2 - n\right]^{2\alpha} + \frac{1}{n}\left(\frac{1}{2}\lVert x\rVert^2 + \sum_{i=1}^{n} x_i\right) + \frac{1}{2}$

Метод решения

Будем решать задачи разной размерности, от двух до 30 переменных, с разных начальных приближений и с разным количеством точек, рассчитанных в процессе зондирования пространства. Критерием успешности будем считать достигнутое значение целевой функции для заданного числа итераций.

Отметим, что сравнение эффективности различных генераторов по результатам однократного решения задач оптимизации не является информативным из-за особенностей влияния начального приближения на результат. Для примера можно представить себе функцию, определенную на отрезке (–1; 1) и имеющую глобальный экстремум в точке 0. В таком случае Генератор Соболя найдет решение первым же обращением, однако, если область определения будет другой, такой результат не получится, притом что это та же самая функция.

Для повышения корректности результатов при такой постановке задачи необходимо большее количество испытаний. Для проведения качественной оценки влияния генератора на эффективность оптимизации применительно к каждой решаемой задаче проведем 10 испытаний с разных начальных приближений. Поскольку генератор Соболя создает детерминированные последовательности, сдвинем диапазоны поиска по каждой переменной на некую малую случайную величину, распределенную по равномерному закону в диапазоне ±10 % от интервала поиска по соответствующей переменной. Топология тестовой функции, разумеется, останется неизменной, как и размер области поиска.

В задачах с выбором точек начального симплекса из набора, сгенерированного на основе случайных чисел, поступим аналогично, естественно, получая разные начальные приближения. Таким образом моделируется реальная ситуация непредсказуемости практической задачи. Блок-схема алгоритма расчета для серии задач оптимизации одной тестовой функции одной размерности показана на рис. 1.

Для каждого числа переменных было решено 20 задач по 10 на каждую тактику выбора начального приближения. Таким образом, всего было решено по 600 задач для каждой тестовой функции при трех разных количествах точек, рассчитанных на этапе зондирования пространства, т.е. для каждой из трех топологий тестовых функций на этом этапе было решено 1800 задач оптимизации.

Результаты

Результаты решения задач минимизации разных целевых функций для 128 точек, из которых осуществлялся выбор, показаны на рис. 2–4. По оси ординат отложено среднее достигнутое значение целевой функции, по оси абсцисс – число переменных, для которых решалась задача.

Можно заметить, что для функций Экли и «Гриванк» генератор Соболя имеет преимущество практически при любой размерности задач. Для функции *HappyCat* не заметно преимущество какого-либо подхода, что может объясняться тем, что для функции такой топологии метод Нелдера – Мида для большей части задач позволяет найти экстремум, близкий к глобальному. Для топологий, с которыми метод справляется не столь хорошо, преимущество генератора Соболя налицо.

На рис. 5, 6 представлены линейные тренды для зависимости достигнутого значения целевой функции от размерности задачи для разного количества точек, рассчитанных на этапе сканирования пространства для функции «Гриванк». Видно, что для генератора Соболя число этих точек имеет значение: с увеличением числа точек, рассчитанных на этапе зондирования, улучшается достигнутый локальный экстремум. Для случайного поиска имеет смысл генерировать немного больше точек, чем необходимо для построения начального симплекса, но дальнейшее увеличение их числа не ведет к повышению эффективности оптимизации. Для остальных тестовых функций качественно зависимости не отличаются.

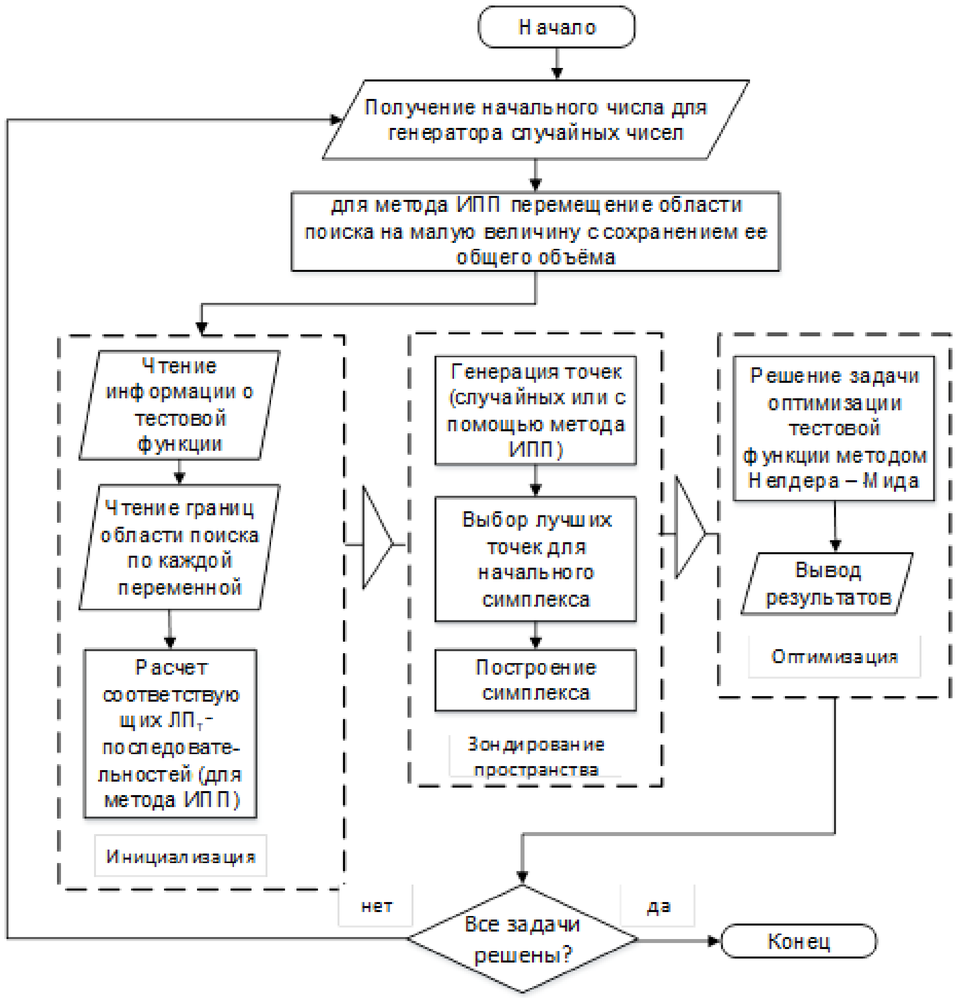

Рис. 1. Блок-схема алгоритма расчета

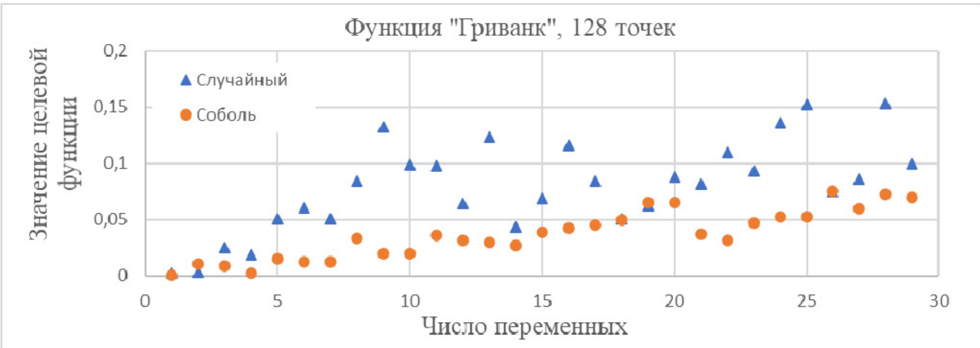

Рис. 2. Результаты решения задач оптимизации тестовой функции «Гриванк»

Рис. 3. Результаты решения задач оптимизации тестовой функции *HappyCat*

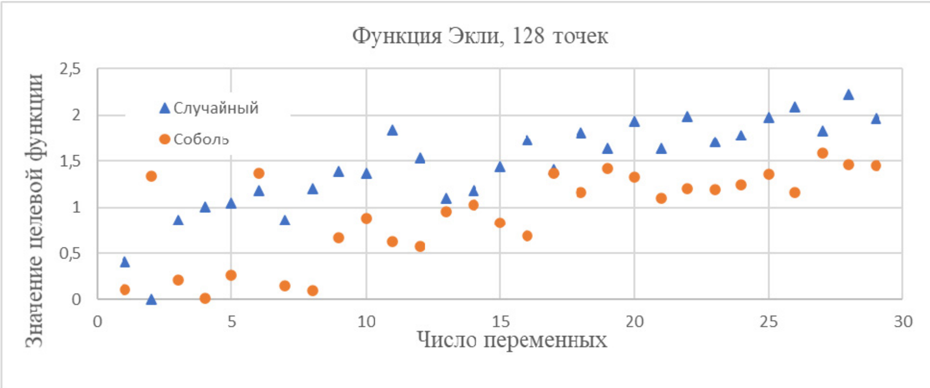

Рис. 4. Результаты решения задач оптимизации тестовой функции Экли

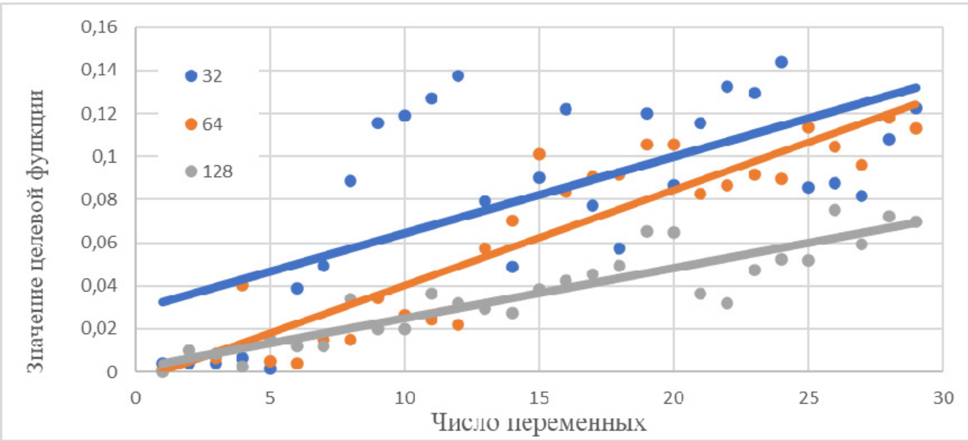

Рис. 5. Линейные тренды для зависимости достигнутого значения целевой функции от размерности задачи для разного числа зондированных с помощью генератора Соболя точек

Если анализировать полученные результаты с точки зрения достигнутого значения целевой функции, то очевидно, что использовать генератор Соболя чрезвычайно полезно на сложных топологиях, когда нет уверенности в эффективности метода. Также нужно отметить, что в случае использования генератора Соболя важно сгенерировать избыточное количество точек, из которых потом осуществлять выбор. С точки зрения затраченных обращений к математической модели оба подхода ведут к экспоненциальному росту числа итераций от размерности задач, что определяется свойствами метода оптимизации и не зависит от способа сканирования пространства.

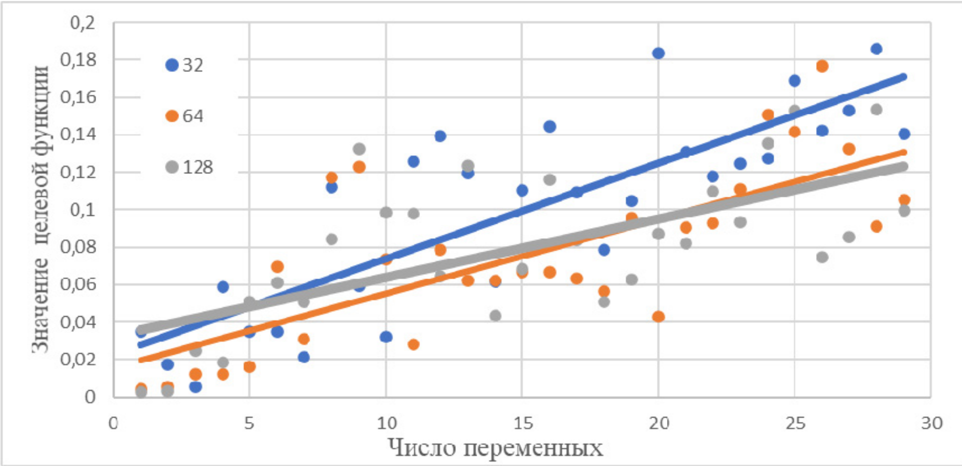

Рис. 6. Линейные тренды для зависимости достигнутого значения целевой функции от размерности задачи для разного числа зондированных точек, полученных с помощью случайной генерации

Очевидно, что с точки зрения статистики 10 испытаний может быть недостаточно для получения количественных оценок. Для более подробного анализа были проведены испытания на 50 разных начальных симплексах для функции «Гриванк» при 128 сгенерированных точках, построенных по логике, описанной выше. Для примера рассмотрим частотную гистограмму для задач размерности 28 переменных (рис. 7).

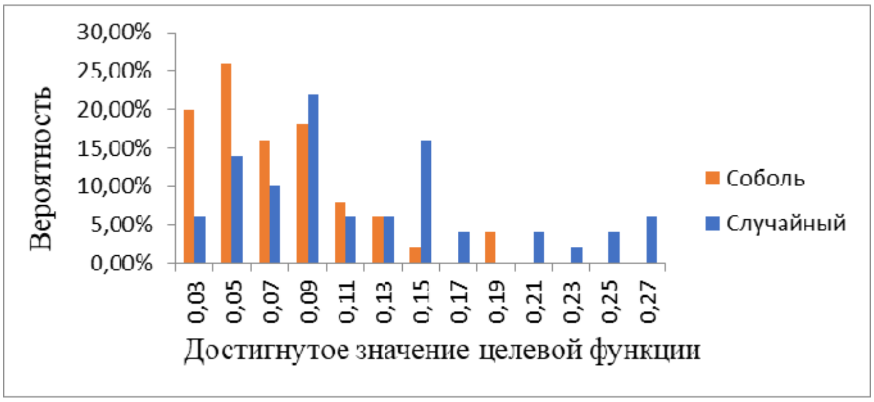

Рис. 7. Частотная гистограмма

Анализ результатов показывает, что вероятность нахождения приемлемого экстремума (для данной задачи значение функции меньше, чем 0,03) с использованием случайной генерации начального симплекса составляет порядка 6 %. Для генератора Соболя вероятность успеха уже 20 %.

Для более полного понимания вероятности нахождения приемлемого решения обратимся к графикам интегральных вероятностей (рис. 8). Видно, что вероятность нахождения решения с одинаковым значением целевой функции при использовании генератора Соболя оказалась на 10–30 % выше, чем при использовании случайной генерации начальных точек. Для задач с другим количеством варьируемых переменных ситуация аналогична.

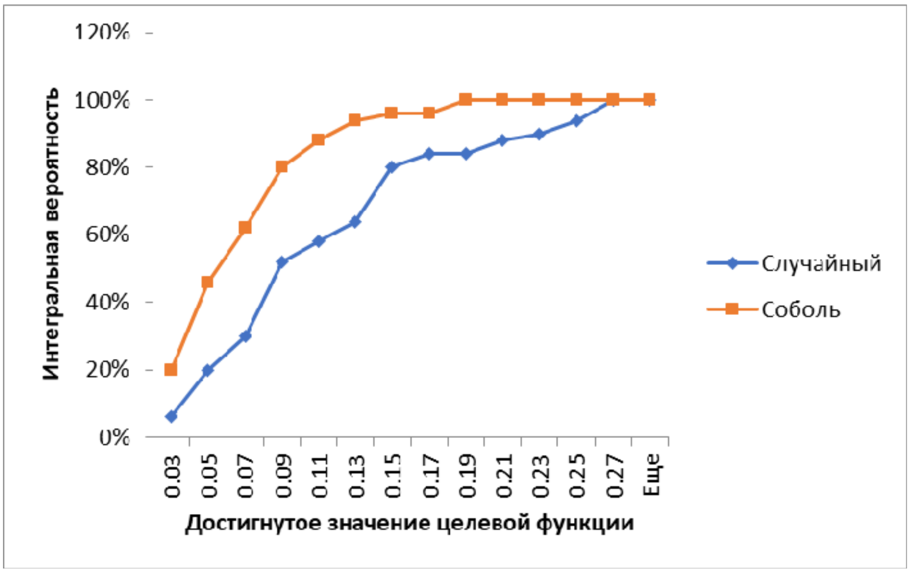

Рис. 8. Интегральные вероятности

Заключение

Для сложных задач, в которых нет уверенности в эффективности метода оптимизации, использование генератора Соболя может быть более результативно, чем случайная генерация: вероятность нахождения лучшего решения больше.

Перед выбором начального приближения целесообразно прозондировать пространство поиска тем или иным способом. При использовании генератора Соболя эффективность увеличивается с ростом числа точек, а при использовании случайной генерации после достижения некоторого количества точек, зависящего от особенностей задачи, увеличение эффективности прекращается.

В любом случае речь идет о вероятности нахождения приемлемого решения, соответственно детерминированное начальное приближение может оказаться неэффективным в конкретной практической задаче.

Список литературы

1. Holland J. H. Adaptation in natural and artificial systems. University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975. 232 p.
2. Матренин П. В., Гриф М. Г., Секаев В. Г. Методы стохастической оптимизации. Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2016. 67 с.
3. Egorov I. N., Kretinin G. V., Leschenko I. A., Kuptzov S. V. The Main Features of IOSO Technology usage for multi-objective design optimization // 10th AIAA/ISSMO

Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference. Albany, New York, 2004. P. 7.
4. Peri D., Tinti F. A multistart gradient-based algorithm with surrogate model for global optimization // Communications in Applied and Industrial Mathematics. 2012. Oct. P. 318–340.
5. Gyorgy A., Kocsis L. Efficient Multi-Start Strategies for Local Search Algorithms // Journal of Artificial Intelligence Research. 2011. Vol. 41. P. 407–445.
6. Егоров И. Н., Бабий Ю. И. Применение распараллеливания процесса оптимизации в решении сложных прикладных задач // Научный сервис в сети Интернет: решение больших задач : труды Всерос. науч. конф. М. : Изд-во МГУ, 2008. 468 с.
7. Park K., Oh B. K., Park H. S., Choi S. W. GA-Based multi-objective optimization for retrofit design on a multi-core PC cluster // Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering. 2015. T. 30, № 12. P. 965–980.
8. Хлопков Ю. И., Горелов С. Л. Приложение методов статистического моделирования (Монте-Карло) : учеб. пособие. М. : МФТИ, 1994. 103 с.
9. Соболь И. М. Многомерные интегралы и метод Монте-Карло // ДАН СССР. 1957. Т. 114, № 4. С. 706–709.
10. Соболь И. М., Статников Р. Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями : учеб. пособие для вузов. М. : Дрофа, 2006. 162 с.
11. Игнатьев В. А., Матусов И. Б. Статников Р. Б. Многокритериальная оптимизация параметров робота // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2000. № 5 С. 84–93.
12. Егоров И. Н., Кретинин Г. В., Матусов И. Б., Статников Р. Б. Задачи проектирования и многокритериального управления регулируемых технических систем // ДАН РФ. 1997. Т. 139, № 3. С. 312.
13. Statnikov R., Bordetsky A., Statnikov A. Multicriteria Analysis of Real-Life Engineering Optimization Problems: Statement and Solution // Nonlinear Analysis. 2005. P. 685–696.
14. Chowdhury S., Moral R., Dulikravich G. Predator-Prey Evolutionary Multi-Objective Optimization Algorithm // Proceedings of the 7th ASMO UK Conference on Engineering Design Optimization. 2006. P. 119–127.
15. Statnikov R., Matusov J. Use of P-nets for the approximation of the Edgeworth – Pareto Set in Multicriteria Optimization // Journal of Optimization Theory and Application. 1996. Vol. 91. P. 543–560.
16. Дубровкин Д. С., Карпенко А. П., Пивоварова Н. В. Исследование эффективности алгоритма глобальной оптимизации, вдохновленного некоторыми аспектами поведения тараканов // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. 2021. Т. 9, № 2 (33). doi: 10.26102/2310-6018/2021.33.2.031
17. Майков Д. В. Метаоптимизация алгоритма пресноводных гидр // Информационно-вычислительные технологии и их приложения : сб. ст. XXIV Междунар. науч.-техн. конф. Пенза, 2020. С. 77–84.
18. Бушуев А. Ю., Маремшаова А. А. Сравнение модифицированного метода Ψ-преобразования и канонического метода роя частиц // Математическое моделирование и численные методы. 2018. № 3 (19). С. 21–35.
19. Test functions for optimization. URL: http://benchmarkfcns.xyz
20. Beyer H., Finck S. HappyCat – A simple function class where well known direct search algorithms fail // PPSN XII. 2012. P. 367–375.

References

1. Holland J.H. *Adaptation in natural and artificial systems*. University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975:232.
2. Matrenin P.V., Grif M.G., Sekaev V.G. *Metody stokhasticheskoy optimizatsii = Stochastic optimization methods*. Novosibirsk: Izd-vo NGTU, 2016:67. (In Russ.)

3. Egorov I.N., Kretinin G.V., Leschenko I.A., Kuptzov S.V. The Main Features of IOSO Technology usage for multi-objective design optimization. *10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*. Albany, New York, 2004:7.
4. Peri D., Tinti F. A multistart gradient-based algorithm with surrogate model for global optimization. *Communications in Applied and Industrial Mathematics*. 2012:318–340.
5. Gyorgy A., Kocsis L. Efficient Multi-Start Strategies for Local Search Algorithms. *Journal of Artificial Intelligence Research*. 2011;41:407–445.
6. Egorov I.N., Babiy Yu.I. Application of parallelization of the optimization process in solving complex applied problems. *Nauchnyy servis v seti Internet: reshenie bol'shikh zadach: trudy Vseros. nauch. konf. = Scientific service on the Internet: solving big problems: proceedings of the All-Russian scientific conference*. Moscow: Izd-vo MGU, 2008:468. (In Russ.)
7. Park K., Oh B.K., Park H.S., Choi S.W. GA-Based multi-objective optimization for retrofit design on a multi-core PC cluster. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*. 2015;30(12):965–980.
8. Khlopkov Yu.I., Gorelov S.L. *Prilozhenie metodov statisticheskogo modelirovaniya (Monte-Karlo): ucheb. posobie = Application of statistical modeling methods (Monte Carlo): textbook*. Moscow: MFTI, 1994:103. (In Russ.)
9. Sobol' I.M. Multidimensional integrals and the Monte Carlo method. *DAN SSSR = Proceedings of the USSR Academy of Sciences*. 1957;114(4):706–709. (In Russ.)
10. Sobol' I.M., Statnikov R.B. *Vybor optimal'nykh parametrov v zadachakh so mnogimi kriteriyami: ucheb. posobie dlya vuzov = Choice of optimal parameters in tasks with many criteria: textbook for universities*. Moscow: Drofa, 2006:162. (In Russ.)
11. Ignat'ev V.A., Matusov I.B. Statnikov R.B. Multicriteria optimization of robot parameters. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin = Issues of mechanical engineering and reliability of machines*. 2000;(5):84–93. (In Russ.)
12. Egorov I.N., Kretinin G.V., Matusov I.B., Statnikov R.B. Problems of design and multicriteria control of regulated technical systems. *DAN RF = Proceedings of the Russian Academy of Sciences*. 1997;139(3):312. (In Russ.)
13. Statnikov R., Bordetsky A., Statnikov A. Multicriteria Analysis of Real-Life Engineering Optimization Problems: Statement and Solution. *Nonlinear Analysis*. 2005:685–696.
14. Chowdhury S., Moral R., Dulikravich G. Predator-Prey Evolutionary Multi-Objective Optimization Algorithm. *Proceedings of the 7th ASMO UK Conference on Engineering Design Optimization*. 2006:119–127.
15. Statnikov R., Matusov J. Use of P-nets for the approximation of the Edgeworth – Pareto Set in Multicriteria Optimization. *Journal of Optimization Theory and Application*. 1996;91:543–560.
16. Dubrovkin D.S., Karpenko A.P., Pivovarova N.V. The efficiency research of global optimization algorithm inspired by some aspects of cockroach behavior. *Modelirovanie, optimizatsiya i informatsionnye tekhnologii = Modeling, optimization and information technology*. 2021;9(2). (In Russ.). doi:10.26102/2310-6018/2021.33.2.031
17. Maykov D.V. Meta-optimization of the freshwater gird algorithm. *Informatsionno-vychislitel'nye tekhnologii i ikh prilozheniya: sb. st. XXIV Mezhdunar. nauch.-tekhn. konf. = Information and computing technologies and their applications: proceedings of the 24th International scientific and engineering conference*. Penza, 2020:77–84. (In Russ.)
18. Bushuev A.Yu., Maremshaova A.A. Comparison of the modified Ψ-transform method and the canonical particle swarm method. *Matematicheskoe mode-lirovanie i chislennye metody = Mathematical modeling and numerical methods*. 2018;(3):21–35. (In Russ.)
19. *Test functions for optimization*. Available at: http://benchmarkfcns.xyz
20. Beyer H., Finck S. HappyCat – A simple function class where well known direct search algorithms fail. *PPSN XII*. 2012:367–375.

Информация об авторах / Information about the authors

Игорь Николаевич Егоров
доктор технических наук, профессор, заместитель генерального конструктора, опытное конструкторское бюро имени А. Люльки, филиал ОДК-Уфимского моторостроительного производственного объединения (Россия, г. Москва, ул. Касаткина, 13)

E-mail: egorov300657@yandex.ru

Igor N. Egorov
Doctor of engineering sciences, professor, deputy general designer, Design office named after A. Lyulka, branch of UEA-Ufimskiy engine production association (13 Kasatkina street, Moscow, Russia)

Геннадий Валентинович Кретинин
доктор технических наук, профессор, главный специалист по перспективным разработкам, опытное конструкторское бюро имени А. Люльки, филиал ОДК-Уфимского моторостроительного производственного объединения (Россия, г. Москва, ул. Касаткина, 13)

E-mail: kretinin.g@mail.ru

Gennadiy V. Kretinin
Doctor of engineering sciences, professor, chief advanced development specialist, Design office named after A. Lyulka, branch of UEA-Ufimskiy engine production association (13 Kasatkina street, Moscow, Russia)

Александр Геннадьевич Кретинин
инженер отдела многодисциплинарной оптимизации, опытное конструкторское бюро имени А. Люльки, филиал ОДК-Уфимского моторостроительного производственного объединения (Россия, г. Москва, ул. Касаткина, 13)

E-mail: akretinin@mail.ru

Aleksandr G. Kretinin
Engineer of the department of multidisciplinary optimization, Design office named after A. Lyulka, branch of UEA-Ufimskiy engine production association (13 Kasatkina street, Moscow, Russia)

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов / The authors declare no conflicts of interests.

Поступила в редакцию / Received 29.11.2022

Поступила после рецензирования и доработки / Revised 10.01.2023

Принята к публикации / Accepted 06.02.2023